## ESTUDIO DE LÍNEAS ASIMÉTRICAS A TRAVÉS DE MODELOS DE LÍNEAS

# STUDY OF ASSYMETRICAL LINES THROUGH TRANSMISSION LINE MODELS

Abraham Jaramillo Muñoz<sup>1</sup>, Jorge Luis García-Sánchez<sup>2</sup>, Osvaldo Aguilar Peña, Eduardo Salvador Bañuelos-Cabral, José Alberto Gutiérrez-Robles, Julián Sotelo-Castañón.

 $\frac{1}{2} \underline{abraham.jaramillomunoz@gmail.com} / \frac{2jorgel.garcias@academicos.udg.mx}{2jorgel.garcias@academicos.udg.mx} \\$ 

Recibido: octubre 17, 2019 / Aceptado: enero 6, 2020 / Publicado: enero 20, 2020

**Resumen.** La configuración de las líneas de transmisión, es decir, la disposición geométrica de los conductores, afecta a los parámetros eléctricos de las líneas y, por lo tanto, al desempeño de las mismas ante la presencia de transitorios electromagnéticos debido, por ejemplo, a fallas y conmutación de interruptores. En el presente trabajo se analiza el comportamiento del voltaje en el extremo receptor de las líneas con distintas configuraciones: horizontal, vertical, delta y doble circuito horizontal, haciendo énfasis en el modelo A-Line con respecto al modelo FdLine y al ULM (Universal Line Model) antes explorados con distintas configuraciones, utilizando como referencia la simulación en dominio de la frecuencia, cuya respuesta en dominio del tiempo se obtiene con la transformada numérica de Laplace.

Palabras clave: ULM, A-Line Model, FdLine, líneas asimétricas.

**Abstract**. The transmission line configuration, i.e. the geometric layout of conductors, affects the electrical parameters of the lines, therefore, it also affects the performance during electromagnetic transients due to, for example, faults or switching maneuvers. In this paper, the voltage behavior in the receiving end of the line with different tower configurations: horizontal, vertical, delta and double horizontal circuit, is analyzed, emphasizing in the A-Line model with respect to ULM (Universal Line Model) and FdLine model which have been proved with different line configurations using as reference frequency domain simulations whose response in time domain is obtained via the numerical Laplace transform.

Key Words: ULM, A-Line Model, FdLine, assymetrical lines.

## 1. Introducción

La transmisión de energía eléctrica en sistemas eléctricos de potencia se lleva a cabo a través de líneas de transmisión en las que se suelen presentar fenómenos transitorios debido a fallas, maniobras de interruptores y descargas atmosféricas. Los transitorios electromagnéticos en las líneas pueden analizarse en el dominio de la frecuencia o en el dominio del tiempo mediante modelos que deben incluir la dependencia frecuencial de los parámetros para tener mayor precisión. Los modelos en el dominio de la frecuencia, al resolver el comportamiento de la línea de transmisión para cada frecuencia dentro de un rango determinado y transformar la respuesta al dominio del tiempo, evitan problemas de indeterminación por acumulación de errores en los ciclos iterativos al transcurrir el tiempo de simulación. Por otro lado, los modelos en el dominio del tiempo permiten más fácilmente simular cambios de topología en la red, por ejemplo, energizar la línea o a partir de un estado estable cambiar a condiciones específicas. Un estudio comparativo de los modelos más utilizados: Universal Line Model (ULM) [1], FdLine Model o JMarti Model [2] y la inclusión del A-Line Model [3], se presenta en [4].

Los parámetros eléctricos de las líneas de transmisión: impedancia serie y admitancia paralelo, además de depender de la frecuencia, están en función de la disposición geométrica de los conductores eléctricos [5] [6].

Para considerar la dependencia frecuencial, los modelos que trabajan en el dominio del tiempo resuelven las operaciones de convolución inherentes de manera recursiva utilizando aproximaciones de funciones racionales de los parámetros con dicha dependencia. El modelo FdLine se basa en el ajuste asintótico de Bode, el cual utiliza solo polos reales; mientras que el ULM realiza las aproximaciones racionales con polos complejos a partir de vector fitting (VF) [7]. Por otro lado, el modelo A-Line también utiliza VF.

Los modelos de línea para el análisis de transitorios deben ser confiables, presentando precisión y estabilidad numérica ante distintas configuraciones de líneas, por ejemplo, la línea horizontal, la línea vertical, la línea en delta y/o una línea en doble circuito. En [8] se hace una comparación del modelo FdLine con el ULM utilizando la solución de Laplace como referencia. Por otro lado, en [9] se hace una mejora del ULM al desarrollar un ajuste racional utilizando únicamente polos reales. Sin embargo, esos estudios comparativos no incluyen al modelo A-Line que solo ha sido probado en configuración de línea horizontal y en redes de prueba [3].

## 2. Metodología

Las ecuaciones generalizadas del telegrafista describen el comportamiento electromagnético de las líneas de transmisión, donde v(x,t) e i(x,t) son el voltaje y la corriente que se propagan a lo largo de la línea (en un punto x) y en un tiempo (t); L, R, C y G son los parámetros eléctricos inductancia, resistencia, capacitancia y conductancia de la línea en por unidad de longitud, respectivamente.

$$-\frac{\partial v}{\partial x} = L\frac{\partial i}{\partial t} + Ri$$
(1a)

$$-\frac{\partial i}{\partial x} = C \frac{\partial v}{\partial t} + G v \tag{1b}$$

La solución en el dominio del tiempo para líneas multiconductoras, considerando la dependencia frecuencial de los parámetros lleva a:

$$i_0 = y_c \otimes v_0 - H \otimes \left(i_l + y_c \otimes v_l\right) \tag{2a}$$

$$i_l = y_c \otimes v_l - H \otimes \left(i_0 + y_c \otimes v_0\right) \tag{2b}$$

donde el símbolo  $\otimes$  denota la operación de convolución necesaria para incluir la dependencia frecuencial; para los parámetros eléctricos, con negritas se representan matricialmente la admitancia característica  $y_c$ , la función de propagación **H** y vectorialmente los voltajes y corrientes para los extremos inicial (0) y final (l). La línea de transmisión monofásica y su representación circuital se muestran en la Fig. 1.



Fig. 1 Línea y circuito con configuración tipo Norton.

#### 2.1.Modelo FdLine

Propuesto por Martí en 1982, resuelve (2) utilizando la convolución recursiva, para lo cual en su estructura tipo Norton (Fig. 1), se ajustan la impedancia característica Zc y la función de propagación **H** usando funciones racionales aproximadas con la técnica de Bode [2]. Trabajos más recientes mejoran la precisión de los ajustes dados por Bode utilizando VF con la restricción de utilizar solo polos reales [10]. Para el caso de líneas multiconductoras, el análisis nodal se aplica al sistema matricial (2) para obtener un sistema de ecuaciones desacoplado en el que se incluyen matrices de transformación independientes de la frecuencia para conectar elementos externos y así darle solución al sistema de ecuaciones en dominio modal dado por [2]

$$i_{m,m} = y_{eq,m} \otimes v_{m,m} - h \otimes \left(i_{k,m} + y_{eq,m} \otimes v_{k,m}\right)$$
(3a)

$$i_{k,m} = y_{eq,m} \otimes v_{k,m} - h \otimes \left(i_{m,m} + y_{eq,m} \otimes v_{m,m}\right)$$
(3b)

donde se cumple

$$i = T_I i_m v = T_v v_m h = T_I h_m T_i^{-1} y = T_I y_{cm} T_i^{-1}$$
(4)

siendo  $i_m$ ,  $v_m$ ,  $h_m$ ,  $y_{cm}$  las cantidades modales y  $T_I$  y  $T_v$  las matrices constantes de eigenvectores derechos de **YZ** y **ZY** para realizar la transformación de cantidades de corriente y voltaje de dominio modal a dominio de fase.

#### 2.2.Modelo Universal de líneas (ULM)

Propuesto por Morched et al. En 1999, utiliza la formulación en dominio de fase. El conjunto de ecuaciones a resolver es

$$I_{sh} = Y_c V_o \leftrightarrow i_{sh} = y_c \otimes v_o \tag{5a}$$

$$I_{aux} = H(I_l + Y_c V_l) \leftrightarrow i_{aux} = h \otimes (i_l + y_c \otimes v_l)$$
<sup>(5b)</sup>

siendo  $i_{sh}$  el componente paralelo de corriente en la admitancia característica e  $i_{aux}$  la fuente de corriente relacionada con el extremo opuesto de la línea (ver Fig. 1). Para resolver la convolución recursiva utiliza aproximaciones ajustando las funciones  $Y_c$  y H mediante VF. Adicionalmente, utiliza la teoría espectral para descomponer **H** en términos de sus idempotentes, lo cual requiere un proceso de extracción de retardos debido al tiempo de viaje de la onda. La solución a la corriente en un extremo de la línea está dada para un circuito con estructura tipo Norton por  $I_0 = I_{sh} - I_{aux}$ , siendo en dominio del tiempo:

$$\boldsymbol{i}_{sh} = \left(\sum_{n=1}^{N} \boldsymbol{w}_n + \sum_{n=1}^{N} \boldsymbol{k}_{res,n} \boldsymbol{B}_n + \boldsymbol{y}_0\right) \boldsymbol{v}_0$$
(6a)

$$\boldsymbol{i}_{aux} = \sum_{n=1}^{N} \boldsymbol{y}_{n} = \sum_{n=1}^{N} (\boldsymbol{k}_{1,n} \boldsymbol{y}_{a,n}' + \boldsymbol{k}_{3,n} \boldsymbol{i}_{far}' + \boldsymbol{k}_{2,n} \boldsymbol{i}_{far})$$
(6b)

donde

$$\sum_{n=1}^{N} \boldsymbol{w}_{n} = \sum_{n=1}^{N} \left[ \boldsymbol{A} \boldsymbol{w}' + \boldsymbol{k}_{res,n} \left( \boldsymbol{A} \boldsymbol{B} + \boldsymbol{B} \right) \boldsymbol{v}_{0}' \right] \qquad \sum_{n=1}^{N} \boldsymbol{k}_{res,n} \boldsymbol{B}_{n} = \sum_{n=1}^{N} \boldsymbol{k}_{res,n} \left( \frac{\frac{\Delta t}{2}}{1 - \frac{P_{n} \Delta t}{2}} \right)$$
(6c)

Los coeficientes A y B incluyen los polos del ajuste mientras que los coeficientes k incluyen los residuos [4]. Los términos con apóstrofe indican cantidades con valores una muestra anterior.

#### 2.3.Modelo A-Line

Propuesto por García-Sánchez et al. en 2016, se basa en el método de características [11, 12] que le da solución al conjunto de ecuaciones siguientes despreciando la conductancia paralelo

$$\frac{\partial v(x,t)}{\partial x} + L_G \frac{\partial i(x,t)}{\partial t} + z'(t) \otimes i(x,t) = 0$$
(7a)

$$\frac{\partial i(x,t)}{\partial x} + C_G \frac{\partial v(x,t)}{\partial t} = 0$$
(7b)

donde  $L_g$  y  $C_g$  son la inductancia y capacitancia geométricas y z' es la impedancia de penetración compuesta de la impedancia del conductor y la impedancia de tierra. A través de trayectorias características llamadas curvas (Fig. 2) que permiten obtener un conjunto de ecuaciones diferenciales ordinarias [3] para los extremos emisor (A) y receptor (B) de la línea de transmisión se llega a la solución de (7) dada por

$$I_t^A = G_L v_t^A - h_A \tag{8a}$$

$$I_t^B = G_L v_t^B - h_B \tag{8b}$$

$$h_A = G_L v_{t-\tau}^B + G_L Z_0 I_{t-\tau}^B + G_L \Delta x E_t^A$$
(8c)

$$h_B = G_L v_{t-\tau}^A + G_L Z_0 I_{t-\tau}^A + G_L \Delta x E_t^B$$
(8d)



Fig. 2 Curvas características para el modelo A-Line.

#### © 2020, e-Gnosis [online] Vol. 18, Art. 4

#### Estudio de líneas asimétricas...

que tiene la representación circuital en estructura tipo Norton mostrada en la Fig. 1, donde  $h_a$  y  $h_b$  son las fuentes de corrientes de historia, mientras que  $I_t^A$  e  $I_t^B$  son las corrientes entrantes para los extremos A y B [3]. En la Fig. 3 se muestran las funciones ajustadas (z) de impedancia de penetración propia (conductores 1-1 y 3-3) e impedancia de penetración mutua (entre los conductores 1-3, 3-2), respectivamente, considerando una configuración de línea vertical. La función a ajustar para el caso del A-Line es una función suave (Fig.3), por lo que en todas las configuraciones analizadas el ajuste de la función solo requiere polos reales.



Fig. 3 Función z' a ajustar en el modelo A-Line (Línea vertical).

## 3. Resultados y observaciones

En esta sección se analizan distintas configuraciones de líneas asimétricas, ninguna de ellas se considera transpuesta:

- 1. Línea de transmisión horizontal trifásica (Fig 4.a).
- 2. Línea de transmisión vertical trifásica (Fig 5.a).
- 3. Línea de transmisión en delta (Fig 6.a).
- 4. Línea de transmisión horizontal, doble circuito (Fig 7.a).

Para la comparación de los modelos se utiliza como referencia la solución que se obtiene de la implementación de la Transformada Numérica de Laplace (NLT por sus siglas en ingles). Los resultados de las simulaciones con los distintos modelos se muestran con tipos de línea distintos indicados en las figuras.

Para el proceso de ajuste, la cantidad de polos utilizados para cada modelo son: ULM (35), FdLine (35), A-Line (10), considerando un rango de  $10^{-2}$  a  $10^{8}$  Hz. La fuente utilizada es trifásica balanceada con la fase 1 presentando su valor pico en *t*=0 conectada al conductor 1 para cada configuración, para el caso de doble circuito la fase 1 de otra fuente está conectada al conductor 4. El  $\Delta t$  utilizado en las simulaciones en el dominio del tiempo es de 1  $\mu s$ . Para las distintas configuraciones se muestran los casos considerando línea abierta en el extremo receptor, para lo cual se utilizan resistencias con un valor R= 1e6 conectadas en dicho extremo.

Para el análisis de líneas multiconductoras, el FdLine utiliza una matriz de transformación a una frecuencia dada (1000 Hz para los casos analizados), a diferencia del ULM, que para incluir la dependencia frecuencial realiza las aproximaciones mediante matrices idempotentes. Por otro lado, el modelo A-Line no requiere matrices de transformación ya que inherentemente es un sistema desacoplado debido a la propiedad inversa de los parámetros geométricos Lg y Cg en (7) [3].

Las simulaciones se llevan a cabo en los programas ATP [13] (modelo FdLine) y PSCAD [14] (modelo ULM), despreciando la conductancia paralelo para tener igualdad de condiciones con el modelo A-Line.

## 3.1 Línea horizontal trifásica

La línea horizontal trifásica utilizada para la simulación se muestra en la Fig. 4a. Los voltajes en el extremo receptor para los conductores 1, 2 y 3 se muestran en las Fig. 4b-d, respectivamente. Nótese el buen desempeño de los modelos con respecto a la solución utilizando la NLT.



Fig. 4 a) Configuración horizontal; voltajes en el extremo receptor para b) fase 1, c) fase 2, d) fase 3.

### 3.2 Línea vertical trifásica

La línea vertical trifásica utilizada para la simulación se muestra en la Fig. 5a. Los voltajes en el extremo receptor para los conductores 1, 2 y 3 se muestran en las Fig. 5b-d, respectivamente. En esta configuración se presenta un comportamiento con mayores desviaciones entre los modelos con respecto a la NLT.



Fig. 5 a) Configuración vertical; voltajes en el extremo receptor para b) fase 1, c) fase 2, d) fase 3.

### 3.3 Línea delta

La línea trifásica en configuración delta utilizada para la simulación se muestra en la Fig. 6a. Los voltajes en el extremo receptor para los conductores 1, 2 y 3 se muestran en las Fig. 6b-d, respectivamente. En esta configuración los modelos tienen buen desempeño, aunque muestran algo de desviación.

### 3.4 Línea doble circuito horizontal

La línea trifásica en configuración doble circuito horizontal (dos torres) utilizada para la simulación se muestra en la Fig. 7a. Los voltajes en el extremo receptor para los conductores 1, 3 y 5 se muestran en las Fig. 5b-d, respectivamente. En esta configuración, los distintos modelos presentan un comportamiento con desviaciones con respecto a los resultados arrojados por la NLT, pero estas desviaciones no son tan grandes como las presentadas en el caso de la línea con configuración vertical.



Fig. 6 a) Configuración delta; voltajes en el extremo receptor para b) fase 1, c) fase 2, d) fase 3



Fig. 7 a) Configuración doble circuito horizontal; voltaje en extremo receptor: b) conductor 1.

Estudio de líneas asimétricas...



Fig. 7 (cont) voltaje en extremo receptor: c) conductor 3, d) conductor 5.

#### **Resultados y Discusiones**

La solución de las ecuaciones diferenciales resultantes en el modelo A-Line se realiza con Euler hacia atrás, lo cual provoca una atenuación numérica. Un estudio comparativo de la precisión de las reglas de integración utilizadas en el análisis de transitorios se muestra en [15], donde se expone la atenuación inherente de la regla. De aquí se considera que el comportamiento de las ondas presenta mayor atenuación en el modelo A-Line que en el ULM y FdLine en las configuraciones de línea analizadas, mostrando mayores desviaciones en las configuraciones vertical y de doble circuito.

Con respecto a los polos en el ajuste, el modelo A-Line utiliza una menor cantidad de polos (para todas las configuraciones probadas), lo que reduce la cantidad de operaciones en beneficio de una simulación más rápida.

Por otro lado, los modelos FdLine y A-Line, no requieren la extracción de retardos que requiere el ULM.

### 5. Conclusiones

Se ha encontrado que los modelos analizados responden bien para líneas con configuración horizontal y delta. Con respecto a la línea en delta, las respuestas de los modelos siguen la tendencia, al igual que en la configuración de doble circuito horizontal, pero es en las configuraciones de línea vertical donde se presenta la mayor diferencia entre las respuestas, por lo que se considera se deben hacer estudios con mayor profundidad en ese tipo de configuraciones para mejorar la precisión de la respuesta de los modelos existentes.

### 6. Reconocimientos

Trabajo financiado por PRODEP, beca UDG-PTC-1417 (2018)

## 7. Referencias

- 1. Morched, A.; Gustavsen, B.; Manoocher, T.; (1999) *A universal model for accurate calculation of electromagnetic transients on overhead lines and underground cables*, IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 14; No. 3; pp. 1032-1038
- 2. Martí, José; (1982) Accurate modeling of frequency dependent transmission lines in electromagnetic transient simulations, IEEE Transactions on power apparatus and systems, Vol. PAS-101, pp- 147-157.

© 2020, e-Gnosis [online] Vol. 18, Art. 4

- 3. García-Sánchez, J. L.; Moreno V. Pablo, Gutiérrez-Robles J. A.; et al. (2016) *Aerial line model for power system electromagnetic transients simulation*, IET Generation, Transmission and Distribution, Vol. 10, issue 7, pp 1597-1604.
- 4. García-Sánchez, J. L.; Galván Verónica A.; Bañuelos-Cabral E. S.; Sotelo-Castañón J.; (2017) *Análisis de los métodos más utilizados en la simulación de transitorios electromagnéticos en líneas aéreas* Congreso Internacional de Alta Tensión y Aislamiento Eléctrico ALTAE 2017, La Habana, Cuba, 27 al 30 de noviembre.
- 5. Galloway, R.; Shorrocks, W.; Wedepohl, L. M. (1964) *Calculation of electrical parameters for short and long polyphase transmission lines*. Proc. IEE, December 1964, vol III, No. 12, pp. 2051-2059
- 6. Power system transients, parameter determination. J.A. Martínez-Velasco. CRC Press (2010)
- 7. The Vector Fitting website, Vecfit3.m, software package, August 2009, available at https://www.sintef.no/projectweb/vectfit/.
- 8. Tavighi, A.; Martí, J.; Gutiérrez-Robles, J.A.; *Comparison of the FdLine and ULM Frequency dependent EMTP Line Models with a reference Laplace solution.* IPST 2015, Cavtat, Croacia, junio 15-18.
- 9. Bañuelos-Cabral, E.S.; Gustavsen, B.; Gutiérrez-Robles, J.A.; et al.(2016) *Computational efficiency improvement of the Universal Line Model by use of rational approximations with real poles*. Electric Power System Research, Elsevier, pp. 424-434.
- 10. Bañuelos-Cabral, E.S.; Gutiérrez-Robles, J.A.; García-Sánchez, J.L.; et al. (2019) Accuracy enhancement of the JMarti model by using real poles through vector fitting, Electr Eng, Springer, pp. 1-12,
- 11 Branin, F.H. (1965) Transient analysis of lossless transmission lines. Proc. IEEE, Vol. 55 (11), pp.2012-2013
- 12 Escamilla, J.C.; Moreno, P.; Gómez, P. (2013) *New model for overhead lossy multiconductor transmission lines*. IET, Gener. Transm. Distrib. Vol. 7 (11), pp.1185-1193.
- 13. ATPDraw Simulation software, <u>https://www.atpdraw.net/</u>
- 14. PSCAD Simulation software, <u>https://hvdc.ca/pscad/</u>
- 15 Galván-Sánchez, V.A.; García-Sánchez, J. L. Sotelo-Castañón, J.; et al. *Análisis de la precision de las reglas utilizadas en la simulación de transitorios eléctricos*. Congreso internacional de alta tension y aislamiento eléctrico ALTAE 2017, La Habana, Cuba, 27-30 noviembre.