

# Un método para evaluar el grado de precisión de transmisiones por engranajes de tornillo sinfín

## A method for evaluating the degree of accuracy of worm gears transmissions

Gabriel Rivero Ll.<sup>1</sup>, Jesús A. Álvarez S.<sup>2</sup>, Boris Voronin<sup>2</sup>, Evgueni Podzharov<sup>2</sup>

jaas2001@yahoo.es / boris.voronine@cucei.udg.mx / evodzhar@ccip.udg.mx

Recibido: enero 27, 2010 / Aceptado: octubre 1, 2010 / Publicado: noviembre 26, 2010

**RESUMEN.** Los indicadores y métodos para evaluar el comportamiento de transmisiones por engranajes constituyen importantes herramientas para la industria que las construye. Teniendo en cuenta lo anterior, en este trabajo se describe un método para evaluar el grado de precisión de una transmisión por tornillo sinfín que tiene en cuenta las desviaciones de la distancia interaxial, las desviaciones del plano medio de la rueda y las desviaciones del ángulo interaxial, propias de las tecnologías de fabricación y montaje de estos elementos de maquinas. Se partió de un enfoque teórico para determinar la relación entre el área de la huella de contacto y el área del flanco del diente de la rueda; este enfoque, combinado con las mediciones físicas de la huella, dio lugar a al desarrollo de nomogramas que relacionan los parámetros que caracterizan el contacto entre flancos, como son el área de la huella de la huella de contacto, el área del flanco del diente de la rueda, el ángulo de elevación del helicoides del tornillo, la sumatoria de las manchas de contacto de longitud del diente y la sumatoria de las manchas de contacto de altura del diente. La diferencia entre los resultados teóricos y los experimentales es de un 15.58% lo cual se considera aceptable, y se comprueba que una mayor precisión resulta en una mayor huella de contacto.

**PALABRAS CLAVE:** corona, huella de contacto, fabricación, montaje, capacidad de carga

**ABSTRACT.** Indicators and methods to evaluate the behavior of gear transmissions are important tools for the manufacturing industry. That is why this paper describes a method for evaluating the degree of accuracy of worm transmissions considering the center distances, deviations from de average plane of the wheel and the deviation of the center angle, which are typical parameters of manufacturing technologies and assembly of these machine elements. Based on a theoretical approach, it is determined the relationship between the area of the tooth contact pattern (gear's tooth active surface) and the hole area of the tooth. This approach, combined with physical measurements, allowed the development of nomograms relating parameters that characterize the contact between the teeth, such as the elevation angles of the helical screw, the area of the tooth flank of the wheel, among others. The difference between theoretical and experimental results is about 15.58% which is a reasonable value; it is also verified that a greater degree of accuracy results in a larger contact area.

**KEY WORDS:** crown, contact print, manufacturing, assembly, load capacity

---

<sup>1</sup> Facultad de Ingeniería Mecánica. Instituto Superior Politécnico José Antonio Echeverría., CUJAE. La Habana, Cuba

<sup>2</sup> Departamento de Mecánica Eléctrica. Centro Universitario de Ciencias Exactas e Ingeniería. Universidad de Guadalajara. México. Av. Revolución no. 1500. Módulo "O" Colonia Olímpica. CP 44420. Guadalajara, Jalisco, México.



## INTRODUCCIÓN

El estudio de las transmisiones por tornillo sin fin y corona, se ha fortalecido en los últimos años debido a la amplia utilización de estos elementos en la industria y a la necesidad de contar con herramientas matemáticas que nos permitan predecir con mayor exactitud las cargas que se pueden transmitir y su relación con los errores de fabricación y de montaje.

Yi Zhang [1](#) propone un método para el diseño, generación y análisis de las transmisiones cónicas por tornillos sin fin. Por su parte, V. Simon [2](#) desarrolla un método para los análisis del contacto superficial en diferentes tipos de tornillos sin fin cilíndricos. El trabajo de Rivero et al. [3](#) muestra que los autores han obtenido resultados satisfactorios en la determinación de la potencia utilizando parámetros relacionados con la magnitud de la huella de contacto entre los flancos de los dientes, entre otros.

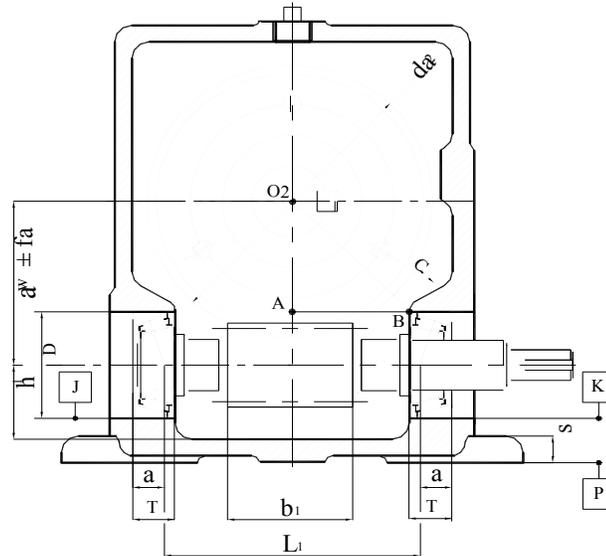
Por su parte, la excelencia en la producción de reductores de velocidad de distintos tipos, se encuentra en algunos países con elevado desarrollo tecnológico; las firmas han creado la infraestructura necesaria para la fabricación y el control de la calidad del producto ofertado. En el trabajo de Álvarez et al. [4](#) se utiliza una instalación experimental para el ensayo de reductores por ruedas dentadas y se evalúa la relación entre el área cariada y la superficie del flanco del diente, para determinar la vida útil de los mismos. Los trabajos efectuados por Wu Feng-Kung y Falah, A.H, [5](#), [6](#), muestran la importancia del grado de precisión de las transmisiones para determinar las cargas reales que actúan sobre las mismas y sus deformaciones, tanto mediante análisis estáticos como dinámicos.

Como se puede apreciar se utilizan diversos parámetros y métodos, tanto teóricos como experimentales, para conocer el comportamiento de las transmisiones por engranajes, lo que está en íntima relación con la calidad de las mismas. En las transmisiones por tornillo sin fin y corona, la huella de contacto que se produce en la rueda es un indicador empírico que normalmente es utilizado para evaluar el comportamiento futuro de dicha transmisión. En este trabajo se acota la influencia de la precisión en la elaboración de los tres componentes básicos del reductor de velocidad (carcasa, tornillo y rueda), sobre los puntos de contacto del par engranado.

La sección de la carcasa por el plano axial del tornillo y perpendicular al árbol de la rueda, ha sido representada en la figura 1.

La superficie de la base de instalación (P) sirve de referencia para la correcta posición de los orificios (J y K) donde se alojan los rodamientos del tornillo. Es decisivo, en esta vista del conjunto, la relación entre el diámetro de fondo de los filetes del tornillo y la distancia entre los centros de presión de sus rodamientos ( $L_1$ ) lo cual guarda relación con el grado de rigidez del subconjunto del tornillo, que influye en el contacto entre los flancos en la zona de engranaje, debido a la flexión bajo carga [7](#). En la medida en que crece  $da_2$ , debido al incremento de la relación de transmisión o de la distancia interaxial  $a_w$ , aumenta la distancia entre los rodamientos del tornillo, la cual debe tener un límite máximo para la resistencia a la flexión.

Un riguroso control del triángulo A, B, O<sub>2</sub> de la figura 1 contribuye al adecuado contacto entre los flancos activos del par engranado. La calidad del servicio del conjunto mecánico depende de los requisitos anteriores y de los errores de elaboración de los tres componentes básicos citados al inicio. El lugar geométrico de los puntos de contacto de los flancos del par engranado depende, en buena medida, de la posición relativa entre los ejes del tornillo y la rueda. Los errores en la posición de estos ejes respecto a los valores teóricos, también influyen en la huella de contacto del engranaje, según se recoge en algunas normas [8](#).



**Figura1.** Sección del reductor de velocidad por el plano del tornillo donde se aprecian algunas de las superficies y parámetros fundamentales para la fabricación y montaje de la transmisión.

Como característica de calidad de la transmisión ha sido utilizada aquí la huella de contacto entre flancos del engranaje. La proporción entre el área de la huella (mancha) de contacto y el área del flanco del diente, es un indicador importante de la carga que se está transmitiendo. Este aspecto no queda suficientemente explicado en la literatura especializada, ya que forma parte de la habilidad profesional de firmas experimentadas en la fabricación de este tipo de engranaje.

Por tales motivos, este trabajo tiene el objetivo de aportar un procedimiento que permita evaluar el grado de precisión de los pares sinfín en función de los errores de elaboración y montaje propios de cada tecnología.

## MATERIALES Y MÉTODOS

En muchas ocasiones se lleva a cabo un procedimiento de reconversión de los reductores de velocidad, pero el control de la calidad de la restauración de las cualidades de servicio del nuevo par sinfín elaborado, aún es un problema sin resolver.

Se conoce que para evaluar el comportamiento en servicio de la transmisión por tornillo sinfín, se establecen tres requisitos [9](#):

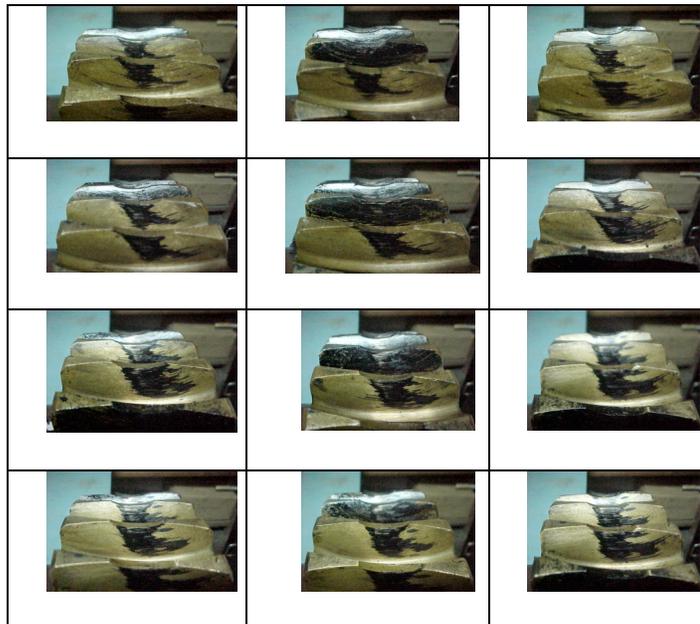
1. Suavidad de trabajo
2. Precisión cinemática
3. Contacto entre flancos de dientes y espira

Los requisitos del contacto entre los flancos de los dientes de la rueda y la espira del tornillo, aprobados en la norma de intercambiabilidad para este tipo de transmisión [9](#), prescriben las desviaciones límites para la posición de los ejes de rotación (tabla 1).

**Tabla 1.** Errores de elaboración e instalación

<i>Errores de contacto entre dientes y espiras</i>	<i>Símbolo</i>	<i>En dependencia de</i>
Desviación de la distancia interaxial.	$\pm f_a$	Grado de precisión de elaboración y distancia interaxial.
Desviación del plano medio de la rueda.	$\pm f_x$	Grado de precisión de elaboración y distancia interaxial.
Desviación del ángulo interaxial.	$\pm f_\Sigma$	Grado de precisión de elaboración y ancho de la rueda.

Para obtener y evaluar la huella de contacto real que se produce en el engranaje sinfin, se siguió un procedimiento práctico descrito por Rivero [10](#), partiendo de fotografías digitales, como las mostradas en la figura 2.



**Figura 2.** Huella de contacto y flanco de algunos de los dientes que se usaron para determinar la magnitud de la mancha de contacto.

Las condiciones de obtención de las huellas fueron similares a la de los ensayos no destructivos de las transmisiones, garantizando una baja carga a transmitir de tal forma que la influencia del desgaste y las deformaciones de los dientes, fueran mínimas, con operación a bajas temperatura y garantías de la viscosidad de trabajo del aceite.

Dentro de los requisitos de contacto entre flancos, la norma [9](#) establece las dimensiones relacionadas con la sumatoria de las manchas (huella) de contacto en % del tamaño del diente, a partir del grado de precisión de elaboración de la transmisión. Las imágenes pertenecen a una rueda construida en la Facultad

de Ingeniería Mecánica de la CUJAE, la que engrana con su tornillo sinfín, también construido en el mismo lugar con el uso de herramienta discoidal (tornillo con perfil derivado de cono ZK).

Para favorecer el análisis de la calidad de elaboración e instalación de la transmisión, se ha definido las normas ANSI-AGMA [7](#) el cociente de áreas  $\varphi$  como:

$$\varphi = \frac{A_u}{A_d} \quad (1)$$

Un software de tratamiento de imágenes, permitió el procesamiento posterior de las imágenes mostradas en la figura 2, cuyos resultados se muestran en la tabla 2.

**Tabla 2.** Píxeles de la huella y el flanco del diente

<i>Diente no.</i>	<i>Píxeles de la huella</i> $A_{ui}$	<i>Píxeles del flanco del diente</i> $A_{di}$	<i>Cociente de áreas</i> $\varphi_i$
1	18582	65 201	0,285
2	18286	65 309	0,280
3	18645	65 190	0,286
4	18279	65 280	0,280
5	18489	64 876	0,285
6	21401	65 249	0,328
7	20227	64 950	0,311
8	19992	65 103	0,307
9	20796	64 989	0,320
10	18903	65 183	0,289
11	19629	65 430	0,300
12	21003	65 789	0,319

Para el tratamiento teórico del problema se creó una herramienta para el cálculo automatizado del área del flanco del diente  $A_d$ . En la tabla 3 se relacionan los 4 modelos matemáticos desarrollados [10](#), [11](#), [12](#), el objetivo de cada uno de ellos y el número de relaciones y variables que involucran.

**Tabla 3.** Modelos matemáticos

<i>No</i>	<i>Objetivo del modelo</i>	<i>Relaciones</i>	<i>Variables</i>
1	Cálculo de la geometría del engranaje.	21	25
2	Puntos de la superficie helicoidal ZK.	9	15
3	Contacto teórico entre helicoides y dientes.	3	15
4	Área del flanco del diente $A_d$ .	12	19

Para el diseño de la geometría o el descifrado del par sinfín que ya ha quedado fuera de servicio, se utiliza el modelo matemático 1, que incluye las expresiones clásicas que relacionan los parámetros geométricos que caracterizan estas transmisiones y resuelve el problema de identificar la geometría externa del par rueda-tornillo de las imágenes digitales mostradas.

El modelo matemático 2 tiene el objetivo de determinar los parámetros de la geometría interna, la cual está relacionada con el perfil del dentado, cuya región de existencia está entre los diámetros de raíz y extremo de cada elemento del par engranado. Estos parámetros geométricos, dependen fundamentalmente de la herramienta de corte y corresponden al perfil derivado de cono, teniendo en cuenta que la misma posee contorno trapecial, en su sección axial, y se asemeja a dos conos transversales opuestos por el plano de simetría.

El modelo matemático 3 se confeccionó para la obtención de puntos de contacto entre el flanco del diente de la rueda y el flanco del helicoides del tornillo, tomando como base el tratamiento matemático propuesto por S. Akira y T. Akira [12](#); en este trabajo fue necesario modificar el sistema de referencia de los puntos de contacto, empleando para ello operadores matriciales de traslación y rotación: el operador de traslación representa los errores  $f_a$  y  $f_x$  y el operador de rotación representa el error de ortogonalidad  $f_z$ .

El modelo matemático 4 permite determinar el área del flanco del diente de la rueda sumando los valores de área de las diferentes secciones que la componen. Para ello utiliza, además, algunas de las variables de la geometría externa de la transmisión que se obtienen usando el modelo matemático 1.

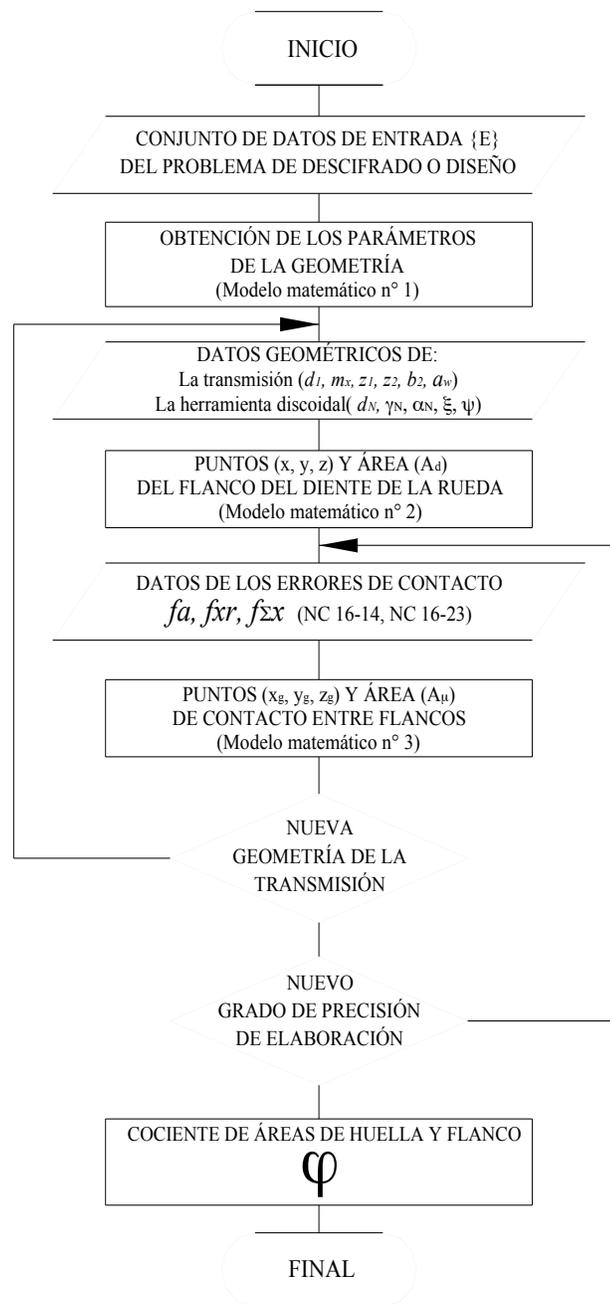
Con las herramientas informáticas Derive y MATLAB, y partiendo de las ecuaciones paramétricas de la superficie del flanco del helicoides con perfil **ZK**, se obtuvieron las superficies “S” de los puntos de contacto en el flanco del diente; para esto se introducen en el sistema los valores de los parámetros necesarios de la geometría de la transmisión y de la herramienta discoidal, así como los errores de contacto contemplados en las normas internacionales [9](#), dando así lugar a la herramienta de cálculo del área del flanco del diente.

El algoritmo para la obtención del % de aprovechamiento del área del flanco del diente de la rueda ( $A_d$ ), en relación con el área de la huella de contacto ( $A_u$ ), a través del cociente de áreas ( $\varphi$ ), se presenta en el esquema que aparece en la figura 3.

Al comparar los resultados de  $\varphi$  obtenidos del procesamiento de imágenes y del tratamiento teórico, se obtiene una discrepancia de 15,58%, lo que resulta aceptable si se tiene en cuenta las limitaciones presentadas durante el tratamiento de imágenes y semejanza con los problemas tribológicos en cuanto a discrepancias entre los pronósticos teóricos y las mediciones físicas.

Teniendo en cuenta la influencia del contacto entre los flancos activos del engranaje por tornillo sinfín y en concordancia con el objetivo de la presente investigación, se definió [10](#) el factor de contacto ( $f_g$ ) como:

$$f_g = \frac{\varphi}{\rho \cdot \delta \cdot \cos \gamma} \quad (2)$$



**Figura 3.** Esquema del algoritmo del contacto teórico, mediante el cual se determina la relación entre las magnitudes de la huella de contacto y el área del flanco del diente  $\varphi$

Este factor de contacto  $f_g$  caracteriza la zona específica de la superficie activa del flanco del diente de la rueda, por donde se transfiere la carga proveniente del tornillo sinfin. Dicha zona es precisamente la huella de contacto que se origina en condiciones de operación del par engranado.

Componiendo las expresiones de cálculo (1) y (2), es posible conocer el área de la huella de contacto en el flanco del diente de la rueda construida. Esto constituye un indicador de la calidad de la transmisión, que ha sido elaborada con un determinado grado de precisión y para la cual se considera un valor del factor de contacto. Con este razonamiento se pudo plantear la expresión siguiente:

$$A_{\mu} = A_d \cdot \rho \cdot \delta \cdot \cos \gamma \cdot f_g \quad (3)$$

## ANÁLISIS DE RESULTADOS

En esta investigación se utilizó como referencia la serie cubana de reductores sinfín [12](#), la cual fue concebida para satisfacer una parte considerable de las necesidades de la industria; la misma se compone de 128 unidades de reducción que abarcan un rango de potencias entre 0.25 y 15 kW. La geometría del par engranado fue determinada a partir de las normas internacionales y los resultados de las investigaciones llevadas a cabo por el Departamento de Mecánica Aplicada de la Facultad de Ingeniería Mecánica de la CUJAE [13](#).

Para la evaluación del indicador de calidad, se analizaron algunos tamaños de reductores de velocidad de la citada serie, se utilizó la combinación de variables geométricas de cada tamaño, obteniéndose la correspondiente área del flanco del diente ( $A_d$ ) a partir de la utilización de la herramienta de propósito específico creada para la aplicación del modelo matemático 4.

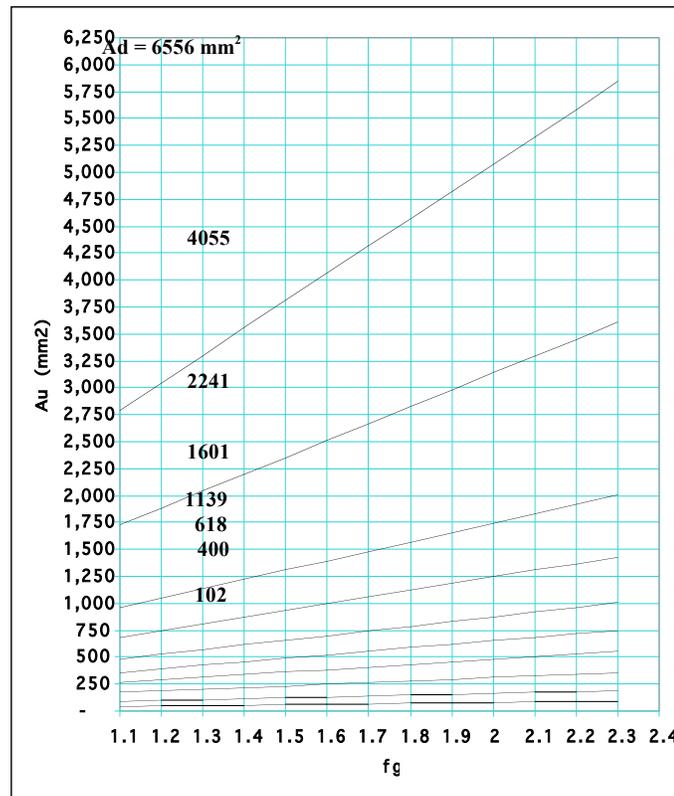
Al evaluar la expresión (3), se consideraron diferentes valores del factor de contacto ( $f_g$ ) para las variaciones del grado de precisión de elaboración en los distintos tamaños, de donde se obtuvieron los resultados de las correspondientes áreas de la huella ( $A_{\mu}$ ), dando lugar a nomogramas como los de la figuras 4 y 5, que fueron diseñados en esta investigación, para cada uno de los grados de precisión de elaboración que decrecen desde el 2 hasta el 12.

Algunos de los resultados alcanzados se relacionan a continuación:

1- Se han obtenido nomogramas para la caracterización de pares de engranajes por tornillo sinfín, teniendo en cuenta los parámetros del contacto entre flancos:  $f_g(A_{\mu}, A_d, \rho, \delta)$ .

2- De la comparación de los nomogramas de las figuras 4 y 5 se observa que, para igual área del flanco del diente, el incremento de la calidad expresada en un mayor grado de precisión de elaboración, propicia una mayor área de la huella de contacto.

3- Se ha formalizado el patrón de calidad de la transmisión por tornillo sinfín y corona, montados en una carcasa, a partir del procesamiento de imágenes digitales para obtener la huella de contacto y los modelos matemáticos creados según los estándares de intercambiabilidad, establecidos para este tipo de transmisión



**Figura 4.** Nomograma elaborado para caracterizar los pares de engranaje de tornillo sin fin, de 7° grado de precisión, a partir de los parámetros de contacto entre flancos  $A_\mu$ ,  $A_d$  y  $f_g$

4- El procedimiento para la aplicación de estos resultados se describe a continuación:

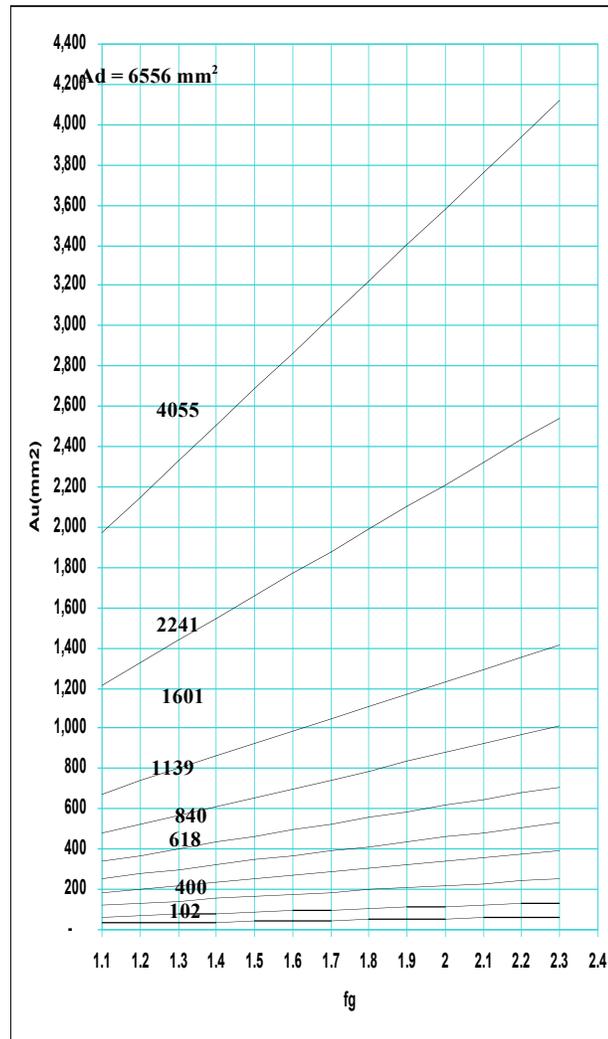
**a)** Con el algoritmo de cálculo general que incluye los modelos matemáticos 1, 2 y 3, según el esquema de la figura 3, se obtiene el cociente de áreas ( $\varphi$ ), el que facilita el cálculo del factor de contacto ( $f_g$ ) que va en el eje de las abscisas de los nomogramas, como se aprecia en las figuras 4 y 5.

**b)** Con la herramienta de cálculo automatizado correspondiente al modelo matemático 4, se obtiene el área del flanco ( $f_g$ ).

**c)** Mediante el procesamiento de las imágenes del flanco del diente de la rueda construida, se obtiene el cociente de áreas ( $\varphi$ ) que permite, según la expresión 1, evaluar el área  $A_\mu$  de la huella de contacto real, cuyos valores se ubican en el eje de las ordenadas de los nomogramas.

**d)** La pareja de variables  $A_\mu$  y  $f_g$  localizan un punto del nomograma, el que debe estar ubicado sobre la recta correspondiente de la variable  $A_d$ .

**e)** El grado de precisión del par engranado viene dado por el grado del nomograma donde se obtenga la concurrencia de estas tres variables.



**Figura 5.** Nomograma elaborado para caracterizar los pares de engranaje de tornillo sin fin, de 8° grado de precisión

## CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Como se ha podido apreciar, el procedimiento desarrollado permite obtener teóricamente el valor del cociente entre las áreas de la huella y del flanco del diente, lo cual facilita la definición de criterios relativos a la elaboración, montaje y comportamiento de la transmisión. Este procedimiento incluye la elaboración de nomogramas para la caracterización de pares de engranajes por tornillo sin fin, teniendo en cuenta los parámetros del contacto entre flancos.

Igualmente se ha demostrado que, para el establecimiento de determinadas características de calidad del par engranado y teniendo en cuenta los errores admitidos para la intercambiabilidad de las transmisiones por tornillo sin fin, es de gran importancia el conocimiento de las dimensiones de la huella de contacto, las cuales en este trabajo fueron obtenidas a través del procesamiento de imágenes digitales. En particular se observó que, para igual área del flanco del diente, el incremento de la calidad, expresada en un mayor grado de precisión de elaboración, se corresponde con el incremento del cociente  $\varphi$  entre las áreas de la huella y del flanco.

Trabajos futuros podrán considerar la influencia de la huella de contacto en la determinación de la potencia real a transmitir. Igualmente será necesario incluir el análisis de las deformaciones, que se

producen entre los elementos en contacto a plena carga, para proponer modificaciones en el flanco y así lograr diseños con mayor capacidad de carga.

## REFERENCIAS

1. Yi Zhang, Hai. Xu (2003). Pitch cone design and avoidance of contact envelope and tooth undercutting for conical Word gear drives. *Journal of mechanical design*. **125** (1): 169-177.
2. Simon, Vilmos V. (2005). Computer aided loaded tooth contact analysis in cylindrical worm gears. *Journal of Mechanical design*. **127** (5): 973-981.
3. Rivero, G. y Álvarez Sánchez, J. (2005). Relación entre la potencia y la huella de contacto de la transmisión por tornillo sin fin. *Memorias 7º Congreso Iberoamericano de Ingeniería Mecánica*. México D.F.
4. Álvarez J. A. y Rivero G. (1983). Análisis del reductor PM-250 de fabricación nacional. *Construcción de Maquinaria*. **8** (1): 83-91.
5. Wu, Feng-Kung (2009). Modeling and robust control of Word-gear driven systems. *Simulation modeling practice & theory*. **17** (5): 767-777.
6. Falah, A.H. (2008). Load sharing and stress analysis of single enveloping worm gearing considering. *International Journal of advanced manufacturing technology*. **37**(3/4): 211-220.
7. ANSI-AGMA 6034-B92. (1992). Manual for general industrial Cylindrical Worm gearing for Power Transmission. Virginia.
8. ST CAME 311-76 N. B. I (1984) Transmisiones sinfin cilíndricas, Tolerancias, 52 pp. (Equivale a la Norma cubana NC 16-14: 84).
9. ST CAME 1162-78 N. B. I (1983) Errores en las transmisiones por tornillo sinfin Cilíndrico y globoidal, 21pp. (Equivale a la Norma cubana NC 16-23:83).
10. Rivero G. Tesis de Doctorado (2002). *Determinación del Factor de contacto entre flancos del engranaje por tornillo sinfin con perfil Derivado de cono*. CUJAE, Instituto Superior Politécnico “José Antonio Echeverría”. La Habana, Cuba.
11. Rivero, G. Tesis de Maestría (1997). *Reconversión de transmisiones por tornillo sinfin*, 75 pp, , CUJAE, C. de la Habana, 1997.
12. S. Akira. y T. Akira. (1986) Tooth bearing and angle transmitting accuracy of Worm Gears. *2 eme Congr. Mond. engren conf.* **1**, S.I. s.a.p 689-697.
13. Gregori S. Tesis de Doctorado, (1988) *Análisis de las desviaciones entre los perfiles ZI y ZK en transmisiones Sinfin de producción Nacional*. Instituto Superior Politécnico “José Antonio Echeverría”. La Habana, Cuba.

## NOMENCLATURA

$a_w$ : Distancia interaxial (mm.)  
 $d_{a1}$ : Diámetro externo del tornillo (mm)  
 $d_{f1}$ : Diámetro de fondo del tornillo (mm)  
 $d_{a2}$ : Diámetro externo de la rueda (mm)  
 $d_{am}$ : Diámetro máximo de la rueda (mm)  
 $d_2$ : Diámetro de referencia de la rueda (mm)  
 $c$ : Holgura radial (mm)  
 $b_2$ : Ancho de la rueda (mm)  
 $A_{ui}$ : Área de la huella de contacto (píxeles).  
 $A_{di}$ : Área del flanco del diente (píxeles).  
 $P_{2Fadm}$ : Potencia admisible de flancos (Kw.)  
 $K$ : Presión de rodadura en los flancos (Mpa.)

- $K_{lim}$ : Valor límite de la presión, (Mpa. )  
 $k_o$ : Factor de materiales (Mpa.).  
 $f_n$ : Factor de velocidad (adimensional).  
 $f_h$ : Factor de duración (adimensional ).  
 $f_w$ : Factor de variación de carga(adimensional).  
 $f_m$ : Factor de diámetro de paso (adimensional).  
 $f_z$ : Factor de dentado (adimensional ).  
 $n_2$ : Frecuencia de rotación del árbol de la rueda [r.p.m]  
 $A_d$ : Área del flanco del diente de la rueda [ $mm^2$ ]  
 $Z_2$ : Número de dientes de la rueda sinfín (adimensional).  
 $P_{2\mu}$ : Potencia admisible de contacto (Mpa)  
 $\varphi_i$ : Cociente entre el área de la huella y al flanco por diente (adimensional)  
 $\delta$ : Sumatoria de la mancha en % de longitud del diente (mm)  
 $\rho$ : Sumatoria de la mancha en % de altura del diente (mm)  
 $\varphi$ : Cociente entre las áreas de la huella y el flanco (adimensional)  
 $\gamma$ : Angulo de elevación del helicoide del tornillo.